

Próba interpretacji wybranych parametrów lotu - trajektoria pionowa oraz kąt przechylenia.

Michał Jaworski
jaworskimichal@yahoo.com

I. The attempt of TU-154 last seconds vertical flight trajectory reconstruction has been undertaken basing on the directly recorded and on the calculated flight parameters. Twofold integration of accelerations allowed to determine the vertical trajectory of the aircraft. Initial conditions were established with the use of the least squares method, so that the solution was closest as possible to the altitudes given in the reports. The comparison of the 06.04.2010 test flight trajectory and 10.04.2010 trajectory allowed for drawing conclusions about possible altitudes of the airplane in the last seconds of the flight - trajectories taking into accounts TAWS#38 and the traces on trees are mutually exclusive, the higher and flatter one which is in accordance with TAWS#38 and FMS is physically more reliable.

II. The changes of the roll angle in the last 5 seconds taken from the KBWL report exhibits a correlation with the peaks of vertical acceleration from the MAK report, which is an evidence that these two parameters are recordings of real events and not some disturbances. The KBWL report data about registered roll angle was used to calculate the structural overload in the left wing and the force acting on the left undercarriage. The overloads in the left wing resulting from the recorded changes of the roll angle exceed the construction strength and the overloads acting on the undercarriage are sufficient for calling TAWS „landing” alarm in the air.

I. W oparciu o bezpośrednio zapisane oraz wyliczone parametry lotu podjęto próbę rekonstrukcji trajektorii pionowej w ostatnich sekundach lotu Tu-154m PLF101. Składowe wypadkowej siły działającej na samolot wiąże oczywisty związek:

$$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = Z_x^2 + Z_y^2 + Z_z^2$$

gdzie przez S_x , S_y , S_z oznaczone są składowe w układzie

I. Podjęto próbę rekonstrukcji trajektorii lotu TU-154 w ostatnich sekundach na podstawie bezpośrednio zarejestrowanych i obliczonych parametrów. Podwójne całkowanie przyspieszeń pozwoliło na wyznaczenie pionowej trajektorii samolotu. Warunki początkowe ustalono za pomocą metody najmniejszych kwadratów, tak aby rozwiązanie było możliwie najbliższe wysokości podanych w raportach. Porównanie trajektorii lotów z 06.04.2010 i 10.04.2010 pozwoliło na wyciągnięcie wniosków o możliwych wysokościach samolotu w ostatnich sekundach lotu – trajektorie uwzględniające TAWS#38 i ślady na drzewach nawzajem się wykluczają, wyższa i bardziej płaska, która jest zgodna z TAWS#38 i FMS jest fizycznie bardziej wiarygodna.

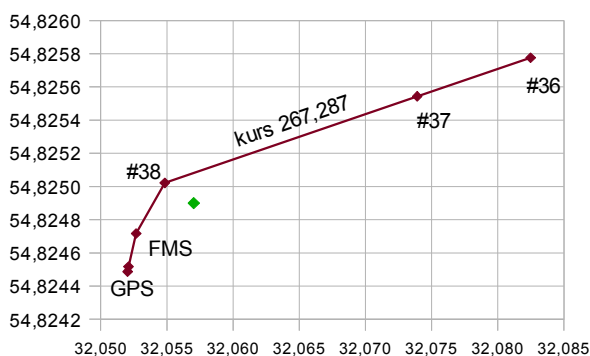
II. Zmiany kąta przechylenia w ostatnich 5 sekundach wzięte z raportu KBWL wykazują korelację z pikami przeciążenia pionowego z raportu MAK, co świadczy o tym, że te dwa parametry są nagraniami rzeczywistych zdarzeń, a nie zakłóceniami. Dane z raportu KBWL na o zarejestrowanych przeciążeniach pionowych zostały wykorzystane do wyliczenia przeciążeń strukturalnych w lewym skrzydle i siły działającej na lewy wózek. Przeciążenia w lewym skrzydle wynikające z zarejestrowanych przeciążeń pionowych przekraczają wytrzymałość konstrukcji a przeciążenia działające na wózek wystarczają do wywołania w powietrzu komunikatu TAWS „landing”.

związanym z samolotem a Z_x , Z_y , Z_z w lokalnym układzie ziemi.

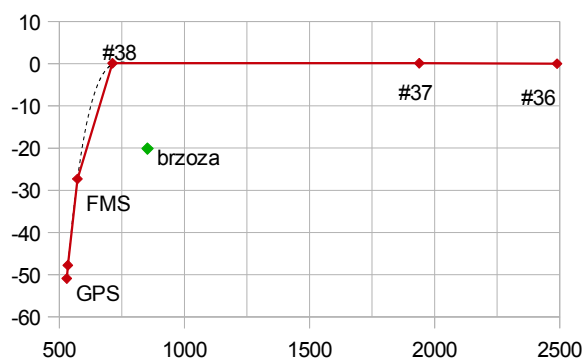
S_y i S_z są rejestrowane, S_x i Z_x wyznaczone odpowiednio z prędkości względem powietrza i gruntu, Z_y jest wyznaczone z zakrzywienia toru – to przyspieszenie dośrodkowe. Z_z jest odpowiedzialne za trajektorię pionową.

1. Tabela danych do wyznaczenia S_x i Z_x .

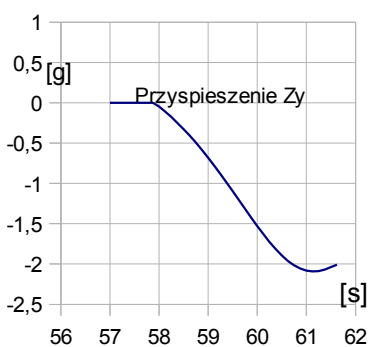
	TAWS#35	TAWS#36	TAWS#37	TAWS#38	FMS sekundę wcześniej	FMS	Digital Outputs,
Czas [s]	29	36	43	59	60	61,00	61,53
Wysokość barometryczna [m]	168,6	116,4	61,2	36,4	36,3	14,3	13,7
Prędkość pionowa [m/s]	-6,79	-7,69	-7,65	2,00		-12,06	
Prędkość względem ziemi [m/s]	81,1	80,3	79,6	74,7		71,6	71,6
Prędkość względem powietrza [m/s]	76,4	76,7	74,2	70,6		73,3	73,3
Przeciążenie wzdłużne względem ziemi [g] - Z_x		-0,0112	-0,0103	-0,0315		-0,1554	0,0049
Przeciążenie wzdłużne względem powietrza [g] - S_x		0,0037	-0,0351	-0,0229		0,1347	-0,0012
wynika z odległości od TAWS#38	wartości wyliczone z prędkości						



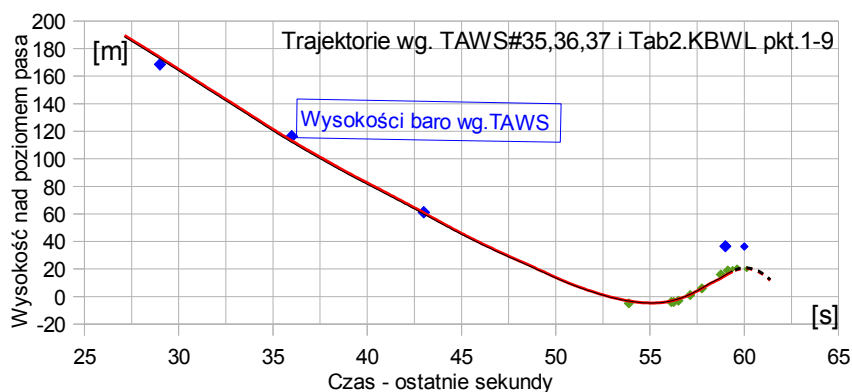
Rys.1. Trajektoria pozioma – na osiach współrzędne geograficzne. Położenie brzozy (zielony punkt) według MAK.



Rys.2. Ta sama trajektoria w układzie odległości – kierunek osi poziomej dobrany został tak aby trasa TAWS#36 do TAWS#38 była pozioma. Linia przerywana to trajektoria aproksymowana wielomianem czwartego stopnia.



Rys.3. Wyznaczone z trajektorii na rys.2 przyspieszenie Z_y .



Rys.4. Trajektoria realizująca ślady. Zielone punkty oznaczają wysokości, na których miał się znajdować samolot według raportu KBWL.

Przyspieszenie dośrodkowe Z_y wyliczane jest z trajektorii poziomej opisanej współrzędnymi geograficznymi zanotowanymi w komputerach TAWS i FMS (Rys.1 i 2). Z trajektorii poziomej wyznaczone jest przyspieszenie dośrodkowe (Rys.3).

Dwukrotne całkowanie Z_z pozwala wyznaczyć trajektorię pionową. Warunki początkowe są dopasowane metodą najmniejszych kwadratów tak, aby rozwiązanie przebiegało najbliżej wysokości barometrycznych w punktach TAWS #35, # 36, # 37 oraz - w dwóch wariantach

- wysokości na których samolot znajdował się pozostawiając ślady na drzewach według raportu KBWL (tabela 2 w raporcie KBWL)
- wysokości barometrycznej zanotowanej w TAWS#38.

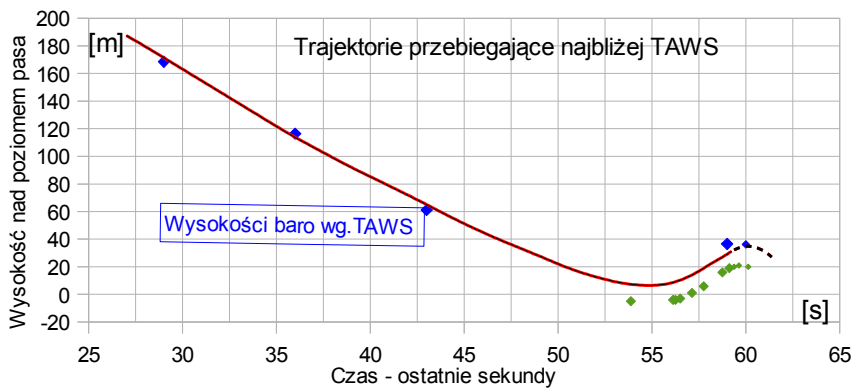
W wariantcie pierwszym trajektoria przedstawia się jak na Rys. 4

Wykreślone są dwie trajektorie – z pełnego wzoru oraz przy założeniu

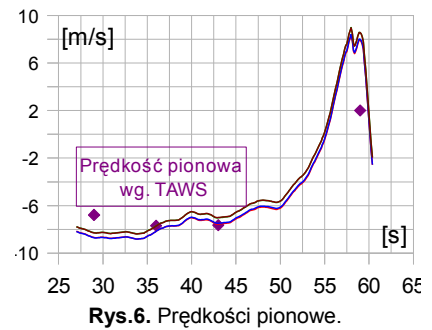
$$S_x = Z_x = 0$$

Kreślona jest trajektoria środka masy, ale do wysokości baro z TAWSów dopasowywana jest wysokość znajdującego się na dziobie samolotu dajnika ciśnienia z uwzględnieniem pochylenia samolotu. Trajektorie niemal pokrywają się. Jednocześnie widać, że przebiegają znacząco niżej, niż zapisane w TAWS#38 oraz FMS (mniejszy niebieski punkt) wysokości.

Pojawia się konieczność sprawdzenia, czy wobec tego jest możliwość otrzymania z tych samych danych trajektorii przebiegającej w pobliżu wysokości zanotowanej w TAWS#38. Na Rys.5 takie trajektorie z pełnego wzoru oraz pominięcia składowych wzdłużnych przyspieszeń. Trajektorie tylko w niewielkim stopniu różnią się warunkami początkowymi – wysokością i prędkością pionową. Trzecim dopasowywanym parametrem był addytywny błąd systematyczny przeciążenia pionowego. Ujęte zostało to w Tabeli 2.



Rys.5. Trajektorie według TAWS. Ostatni niebieski punkt to wysokość zarejestrowana w FMS.



Rys.6. Prędkości pionowe.

2. Tabela warunków brzegowych dla trajektorii obliczeniowych				
Opis	Wysokość początkowa [m]	Początkowa prędkość pionowa [m/s]	Korekta przeciążenia pionowego [g]	Odchylenie średniokwadratowe trajektorii TAWS/TAWS i danych z TAB.2 [m]
Dopasowanie do TAWS 35-37 i TAB.2, wzór pełny, Rys. 6	190,5	-8,17	0,0081	2,39
Dopasowanie do TAWS 35-37 i TAB.2, wzór uproszczony, Rys. 6	191,5	-8,14	0,0077	2,12
Dopasowanie do TAWS 35-38, wzór pełny, Rys. 7	188,5	-7,77	0,0086	2,49
Dopasowanie do TAWS 35-38, wzór uproszczony, Rys. 7	188,5	-7,76	0,0086	2,47

Odchylenie rzędu 2,4 m od TAWS, który rejestruje wskazania wysokościomierza barometrycznego jest niewielkie, ale taka wielkość odchylenia od wysokości wyznaczonych przez KBWL na podstawie śladów na drzewach jest już stosunkowo duża zwłaszcza, że ma wyraźną tendencję – trajektoria przebiega najpierw nad nimi a później pod. Korekta przeciążenia pionowego jest rzędu 1/4 przedziału kwantowania w czasie zapisu, rezygnacja z dopasowywania tego parametru prowadzi do nieco różnych pozostałych warunków brzegowych i gorszego dopasowania. Prędkości pionowe zanotowane przez TAWS dość dobrze zgadzają się z obliczeniowymi. Prędkości te są wyliczane w oparciu o zmiany wysokości barycznej, więc są wtórne wobec uwzględnianych w obliczeniach wysokości, a czas TAWS jest rejestrowany w pełnych sekundach.

Porównanie trajektorii w dniu 10.04 oraz trajektorii odejścia w dniu 06.04. posłuży ocenie, która z trajektorii obliczeniowych jest prawdopodobniejsza. Trajektorie dokładne oraz obliczane przy założeniu:

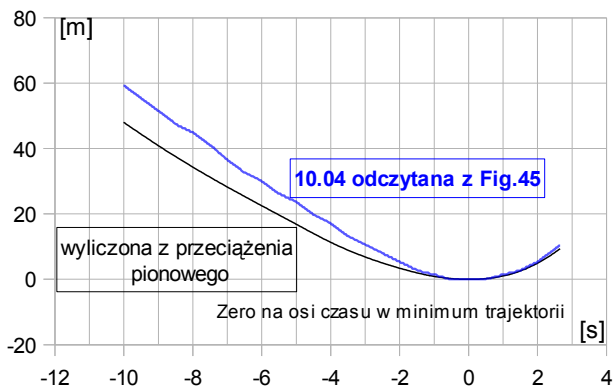
$$S_x = Z_x = 0$$

praktycznie pokrywają się. Korzystając z tego oraz z faktu, że w minimum trajektorii raportowych z fig.45. w raporcie

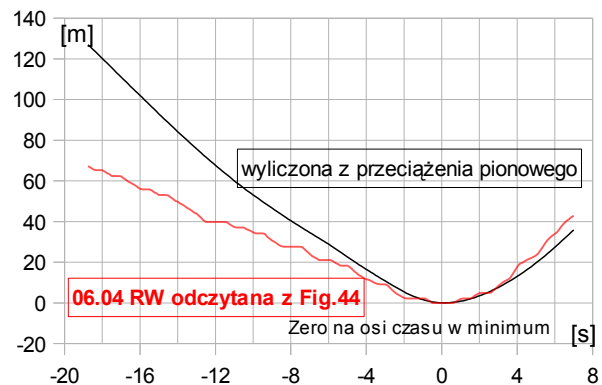
MAK znamy warunek początkowy dla prędkości wznoszenia, możemy wyliczyć trajektorie teoretyczne w oparciu o same przeciążenia pionowe S_z , rozpoczynając procedurę całkowania od minimum w obie strony (Rys.7 i 8). W dniu 10.04 trajektoria obliczeniowa przebiega poniżej raportowej natomiast w dniu 06.04 powyżej. Dane z 06.04 nie budzą kontrowersji. **Rzeczywista trajektoria powinna przebiegać poniżej obliczeniowej.** Taki przebieg ma trajektoria realizująca wysokości zgodne z TAWS – przebiega ona niżej. Trajektorie uwzględniające TAWS#38 oraz ślady na drzewach wykluczają się nawzajem (Rys.9). Zachowanie parametrów w dniu 06.04 wskazuje na wysoką trajektorię zgodną z TAWS#38 i FMS. Trajektorie z rysunków 7 i 8 zależą wyłącznie od czasu i przeciążenia pionowego

$$h_i = h_i(Z_{z1}, Z_{z2}, \dots, Z_{zi}) \text{ (przy równym kroku)}$$

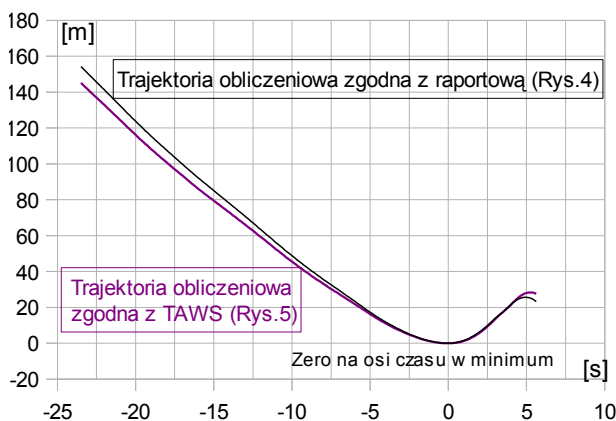
wobec czego poszczególnym wysokościach trajektorii obliczeniowej z dnia 10.04 można przyporządkować, za pośrednictwem trajektorii obliczeniowej z 06.04, wysokości radiowe z oblotu - „przeskalować” trajektorię (Rys.10). **To podejście prowadzi do jeszcze bardziej płaskiej czyli wysokiej trajektorii.**



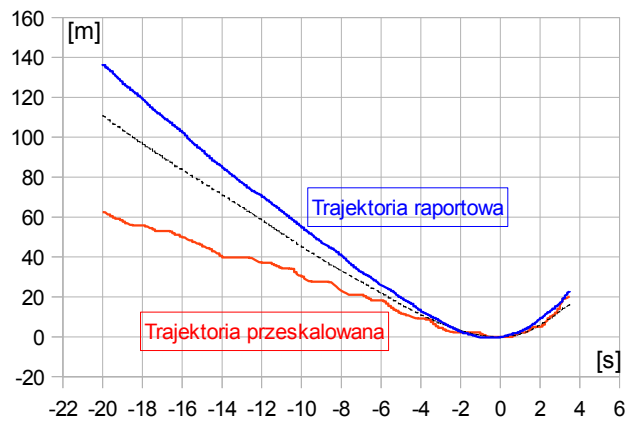
Rys.7. Trajektoria w dniu 10.04. oraz trajektoria teoretyczna.



Rys.8. Trajektoria odejścia nad Okęciem w czasie oblotu 06.04. oraz trajektoria teoretyczna.

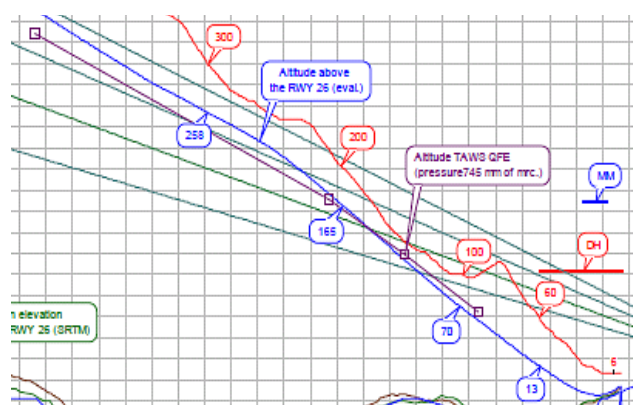


Rys.9. Porównanie trajektorii obliczeniowych.



Rys.10. Trajektoria i trajektoria przeskalowana. Kolor czarny to trajektorie obliczeniowe.

Dodatkowo z Rys.2 otrzymujemy informację, że trajektoria pozioma przebiegła 20 m na prawo od brzozy, której przypisywana jest utrata kawałka skrzydła. Punkt oznaczony na tym rysunku jako GPS to średnia z trzech surowych odczytów położenia – odchylenie średniokwadratowe wyznaczonego położenia to 1,8 m. Oznacza to, że najprawdopodobniej wszystkie położenia zarejestrowane są z wysoką dokładnością, a wobec tego samolot przeleciał nie tylko nad brzozą ale również obok, o około 7 m za dużo na uderzenie tym fragmentem skrzydła. [3,4]. Przelot ponad brzożą nie jest sprzeczny z Fig.46 w w raporcie MAK – postulowana przez MAK trajektoria obliczeniowa MAK (eval.) przebija trajektorię TAWS QFE pomiędzy TAWSS\$35 a #36 (Rys. 11). **Z kolei z Rys. 3 wynika, że w okolicy TAWS#38 „landing” pojawia się nierealistyczne przyspieszenie dośrodkowe rzędu 2 g.**



Rys.11. Trajektoria obliczeniowa (niebieska) i według TAWS (fioletowa) z raportu MAK

II. Przebieg kąta przechylenia w ostatnich 5 sekundach w raporcie KBWL jest skorelowany z przebiegiem przeciążenia pionowego w raporcie MAK (Rys.12). Zarejestrowane zmiany kąta przechylenia są bardzo gwałtowne. Dla zinterpretowania ich skali przyjąłem, że samolot zachowywał się jak sztywna konstrukcja i oszacowałem jak takie wartości przyspieszenia kątownego przekładają się na dwa zjawiska – zarejestrowane

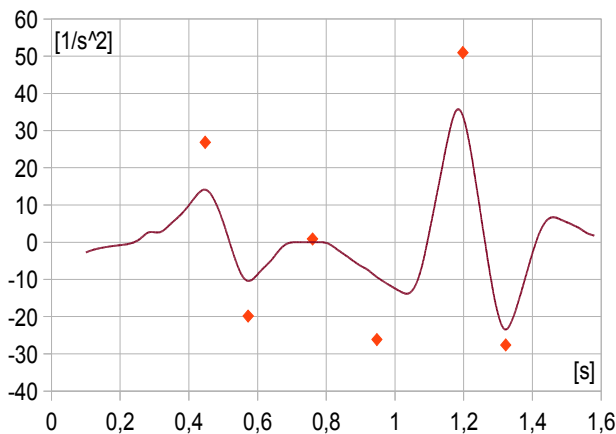
zdarzenie TAWS „landing” oraz jakie wywołały by przeciążenia strukturalne w skrzydle w miejscu, gdzie zostało złamane. Posłużyłem się wygładzonym przebiegiem kąta przechylenia (Rys.13). W dalszych rachunkach za zero na osi czasu będę przyjmował moment zapoczątkowania przechyłu czyli 57,6s według czasu TAWS. Dwukrotne różniczkowanie kąta przechylenia pozwala wyznaczyć przyspieszenie kątowe (Rys.14.)

Jego znajomość pozwala wyliczyć siłę, jak działała na lewy wózek podwozia, w którym umieszczony jest sensor lądowania – nacisku na wózek. Na wózek stojącego pustego samolotu działa siła około 250kN, należy przypuszczać, że sensor wykrywa nacisk dużo mniejszy niż pełne obciążenie, przyjęta masa wózka to najmniejszy z szacunków, z jakim się spotkałem, tak więc TAWS „landing” mógł być spowodowany bezwładnością wózka (Rys.15).

Kolejne wyliczenie to oszacowanie, jakie przeciążenie strukturalne wystąpiłoby w miejscu, gdzie złamało się skrzydło. Przyjąłem, że masa skrzydła od centroplatu do



Rys.12. Na górnym wykresie przeciążenie pionowe z raportu MAK, na dolnym kąt przechylenia z raportu KBWL. Czas pomiędzy pionowymi kreskami to 5 sekund. Dodatkowo zaznaczono czas wystąpienia TAWS "landing". Wykresy to wycinki wykresów z raportów.



Rys.14. Przyspieszenie kątowe. Zero na osi czasu to 57,6 s według czasu TAWS. Pomarańczowe punkty to wartości wyliczone wprost jako druga pochodna numeryczna.

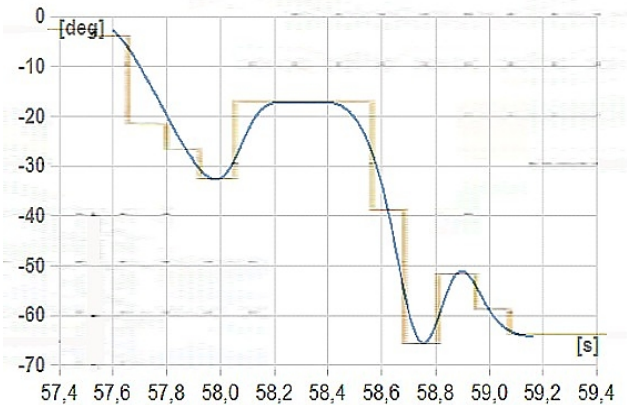
Traktując dalej konstrukcję samolotu jako bryłę sztywną można pokusić się o ilościowe związanie przeciążeń pionowych oraz przyspieszeń kątowych. Korzystając ze związku

$$S_z = m * R * d^2P/dt^2$$

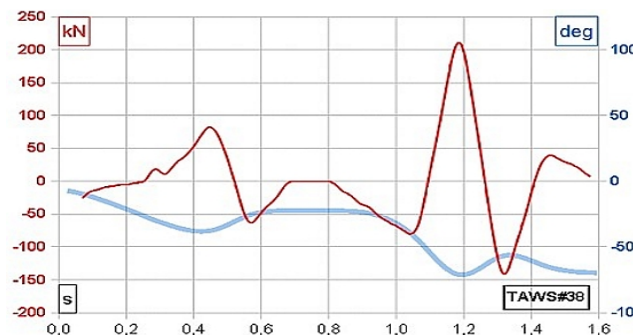
gdzie: m – masa samolotu,
 P – kąt przechylenia,
 R – chwilowa oś obrotu.

dostajemy, że w pierwszym pikach chwilowa oś obrotu byłaby odległa od osi, na której leży środek masy i jest

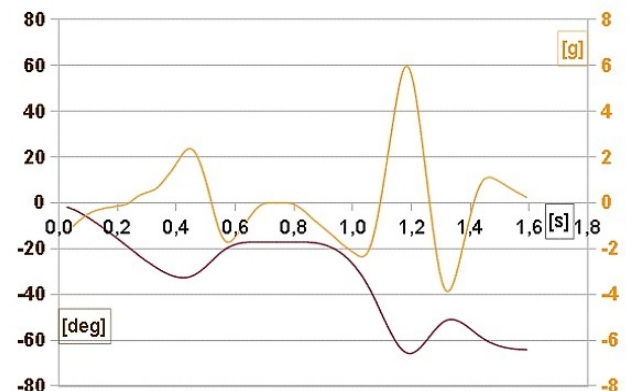
końca wynosi 2750 kg i jest równomiernie rozłożona powierzchniowo. Urwany fragment przy takim założeniu waży około 500 kg. W dwóch pikach bezpośrednio poprzedzających TAWS#38 przeciążenia strukturalne przekroczyłyby powszechnie dla tego rodzaju konstrukcji przeciążenia maksymalne (Rys.16). **Oszacowane przeciążenia wynikające z zarejestrowanych zmian kąta przechylenia najprawdopodobniej wystarczają do wywołania zdarzenia TAWS „landing” oraz przekraczają wytrzymałość konstrukcji. W pikach przyspieszenia kąтового wały silników poddane byłyby przeciążeniu poprzecznemu rzędu 8 do 16 g.**



Rys.13. Zarejestrowany przebieg kąta przechylenia - kolor żółty, przebieg wygładzony - kolor niebieski.



Rys.15. Siła działająca na lewy wózek podwozia o masie 500 kg.



Rys.16. Przeciążenie strukturalne w przelomie skrzydła.

mierzone przeciążenie pionowe o około 0,2 m a w drugim o 0,4 m (Rys17). Pozostaje odpowiedzieć sobie na pytanie, jaki moment siły byłby potrzebny do wywołania tak gwałtownych zmian kąta przechylenia. Najlepiej wyrazić to w skali momentu siły, jaki wytwarza jedno skrzydło. W

najprostszym modelu to w przybliżeniu:

$$M = L * F / 2,4$$

gdzie: L – połowa rozpiętości-19m,
 F – połowa siły nośnej $1,35g * 40t$.

Moment bezwładności samolotu względem osi kadłuba to około $1200 t * m^2$. Ze wzoru na moment siły:

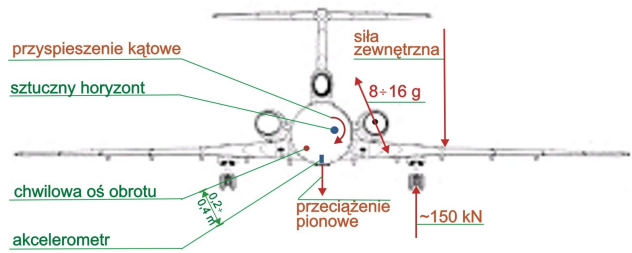
$$M = (1200 t * m^2) * d^2P/dt^2$$

dostajemy oszacowanie

$$d^2P/dt^2 = 3,5 s^{-2}$$

Jest to wielkość wielokrotnie mniejsza niż wyliczone z zarejestrowanego przebiegu kąta przechylenia przyspieszenia (Rys.14). **Wynika z tego, że tak**

gwałtowne zmiany nie mogą być efektem sił aerodynamicznych. Na podstawie oszacowania traktującego samolot jako doskonale sztywną konstrukcję nie można twierdzić, że takie siły działały na cały samolot – to z pewnością był efekt lokalny.



Rys.17. Przeciążenie pionowe i przyspieszenie kątowe jako skutek zewnętrznej siły.

Literatura

- 1) Raport MAK
- 2) Raport KBWL LP
- 3) Kazimierz Nowaczyk – notki na S24 i korespondencja prywatna
- 4) bloger Tommy Lee – korespondencja prywatna

Dodatek A – Źródła danych

Źródła danych		
Parametr	Źródło	Czas
Przeciążenie pionowe	Akcelerometr mechaniczny	rejestrowany 8 razy na sekundę
Przeciążenie poprzeczne	Akcelerometr mechaniczny	rejestrowany 2 razy na sekundę
Kąt przechylenia	Sztuczny horyzont	rejestrowany 8 razy na sekundę
Położenie geograficzne TAWS	GPS → FMS 1 pilota	rejestrowany w pełnych sekundach
Położenie geograficzne FMS	GPS → FMS 2 pilota	rejestrowany w pełnych sekundach
Wysokość w TAWS	Wysokościomierz barometryczny → FMS 1P	rejestrowany w pełnych sekundach
Wysokość w FMS	Wysokościomierz barometryczny → FMS 2P	rejestrowany w pełnych sekundach

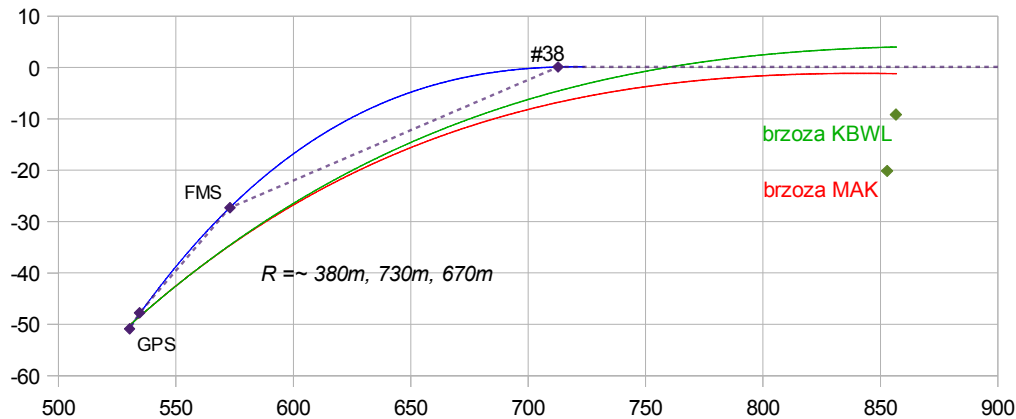
Dodatek B - przeciążenia a zakręt

Osobnego potraktowania wymaga związek wykonania zakrętu z zarejestrowanymi przeciążeniami. Na potrzeby obliczeń trajektorii pionowej brałem zakrzywienie toru przebiegającego najbliżej zarejestrowanych w TAWS i FMS położeń geograficznych (Rys.1). Dołączenie do punktów węzłowych brzozy (położenie geograficzne z raportu MAK oraz KBWL) prowadzi do łagodniejszej krzywizny kosztem zmniejszenia zgodności z położeniami zarejestrowanymi (Rys. B1). Zmierzone i zarejestrowane są przeciążenia pionowe (vertical) i poprzeczne (lateral). Ponieważ z poprzednich obliczeń wynika zaniedbywalny wpływ składowej wzdłużnej, mamy związek:

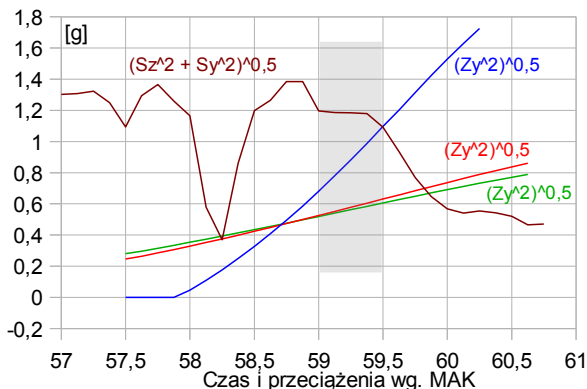
$$S_z^2 + S_y^2 = Z_z^2 + Z_y^2$$

Z porównania przebiegów wielkości sumy wektorowej zarejestrowanych przeciążeń wziętych z raportów MAK (Rys.B2) oraz KBWL (Rys.B3) do przyspieszenia dośrodkowego wynikającego z krzywizny toru samolotu od miejsca, gdzie rośnie brzoza do wrakowiska, bez względu na to, czy tor przebiegał dokładnie tak, jak zarejestrowane zostały położenia geograficzne, czy po łagodniejszym łuku - od momentu, kiedy na wykresach MAK zostały szarymi odcinkami (Rys.B2 – szary obszar)

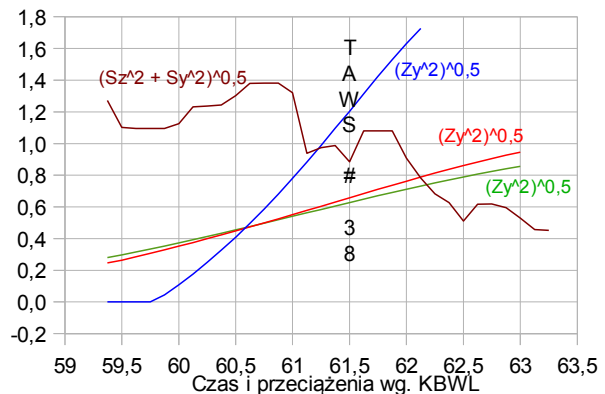
zaznaczone pomiary niewiarygodne bądź nie istniejące, a który jest równocześnie bliski momentowi wystąpienia TAWS#38 „landing” (Rys.B3) przyspieszenie dośrodkowe potrzebne do wykonania zakrętu jest większe niż wynikające z sił aerodynamicznych zarejestrowanych w postaci przeciążenia pionowego i poprzecznego w układzie samolotu. Od tego momentu akceleratory albo nie rejestrowały właściwych przeciążeń albo rejestrowały przeciążenia samolotu, którego nie można już modelować bryłą sztywną. Podobnie rzecz ma się ze sztucznymi horyzontami, z których w tym samym czasie rejestracja kąta przechylenia zakończyła się na około 65 stopniach, chociaż powinna na 82,5. Trajektorie z Rys.4 i 5 w referacie od tego miejsca rysowane są linią przerywaną ponieważ Z_z^2 wyliczone ze wzoru wyjściowego ma wartość ujemną i do całkowania zastępowane jest zerem. Kolejnym wnioskiem jest, że o ile brzoza w położeniu z raportu MAK byłaby ominięta przez lecący prosto pomiędzy TAWS#37 a TAWS#38 samolot, to w położeniu z raportu KBWL kolidowałaby ze skrzydłem w odległości 9,2m od osi kadłuba.



Rys.B1. Możliwe trajektorie poziome - aproksymowana do TAWS i FMS oraz do TAWS, FMS oraz współrzędnych brzozy według MAK i KBWL. Promień krzywizny orientacyjny.



Rys.B2. Porównanie przeciążenia zarejestrowanego według MAK z wymaganym do wykonania zakrętu Z_y .



Rys.B3. Porównanie przeciążenia zarejestrowanego według KBWL z wymaganym do wykonania zakrętu Z_y .